8月選抜

令和2年度 理数系教員養成特別プログラム(数学) 試験問題

注意事項

1. 問題冊子(1部)，解答用紙(3枚)，計算用紙(1枚)が配付されていることを確かめること。

2. 問題は2ページに記載されていて，問題Iから問題IIIまでである。

3. 解答は解答用紙に記入し，1問題につき各1枚の解答用紙を使用すること。

4. 問題冊子，解答用紙，計算用紙は試験終了後に回収するので，持ち帰らないこと。

受験番号					

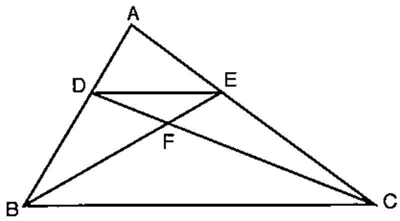
問題 I

次の問い（問 1～問 3）に答えよ。

問 1　$\displaystyle\int_0^2 |x^2-4x+3|dx$ を求めよ。

問 2　b, c は実数で，$b>0$ とする。このとき，$\displaystyle\lim_{a\to 0}\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ を計算せよ。

問 3　三角形 ABC の AB，AC 上にそれぞれ点 D，点 E があり，DE と BC は平行で，AD : DB $= 1:2$ である。また，DC と EB の交点を F とする。三角形 FBC の面積が 18cm^2 であるとき，三角形 ABC の面積を求めよ。



問題 II

座標平面上の 2 つの動点 P，Q の座標は，実数 t を用いてそれぞれ $\mathrm{P}(t,t)$，$\mathrm{Q}(t-1,1-t)$ と媒介変数表示される。また，放物線 $y=ax^2+b$ を考える。このとき，次の問い（問 1～問 3）に答えよ。

問 1　$t=\frac{1}{2}$ のとき，直線 PQ は放物線 $y=ax^2+b$ と接するという。このとき，b の値を求めよ。

問 2　b が問 1 で求めた値に等しいとし，$t=1$ のときも，直線 PQ は放物線 $y=ax^2+b$ と接するという。このとき，a の値を求めよ。

問 3　b, a がそれぞれ問 1，問 2 で求めた値に等しいとき，t の値によらず直線 PQ は放物線 $y=ax^2+b$ と接することを証明せよ。

問題 III

関数 $y=x^2-5x-\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}\ \left(\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq\dfrac{5}{2}\right)$ について，次の問い（問 1～問 4）に答えよ。

問 1　$t=x+\dfrac{1}{x}$ とおいて，y を t の関数として表せ。

問 2　$\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq\dfrac{5}{2}$ のとき，$t=x+\dfrac{1}{x}$ の値の範囲を求めよ。

問 3　y の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

問 4　y の最小値と，そのときの x の値を求めよ。