

学 位 論 文 要 旨

氏 名 檜皮 賢治

題 目 高校数学における「証明の説明的な理解」を目指した課題設計原理の開発

学位論文要旨（和文2,000字又は英文1,000語程度）

本研究は、高校数学において、数学的な規則性の発見から「なぜ、そうなるのか」という仕組みの解明へと発展し、規則性の成り立ちを論理的に明らかにする場面に学習者が面白さを見いだすような学びを設計することを目的とする。著者は高校の授業を担当してきたが、その中で、生徒の焦点が問題演習や手順の習得に偏りやすく、その結果として数学を「定理や公式を覚えて当てはめる学問」と捉えてしまうと感じてきた。一方で著者は、数学の魅力は、試行錯誤を重ねながら論理の流れや式の構造をひも解き、その背後にある原理を発見することで深い理解と充実感に至る思考過程そのものにあると考える。近年の教育改革においても「主体的・対話的で深い学び」が重視され、生徒が自ら「なぜ」を問い、これを起点として思考を深める学びが重視されている。そこで本研究では、生徒の理解に焦点を当てつつ、証明の機能に着目し、生徒に求める理解について先行研究に基づき検討する。さらに、そのような理解を促すことを目指した課題設計原理を提案し、それに基づく授業実践を通して、授業における具体的な手立てについて考察する。

まず、証明の説明性に関する先行研究を概観し、とりわけ数理哲学における議論を整理した。数理哲学における議論では、命題の成立が対象の特徴的な性質に依拠していることを示すこと、そして複数の事例を統一的に把握できる構造を提示することに、説明性の条件を見出そうとしており、証明自体のもつ数学的性質に着眼している。一方で、学校数学では、証明それ自体の性質に加えて、学習者自身がその証明からどのような理解を得るかも重要となる。そこで本研究では、学習者の理解に基づき証明の説明性を捉える認識論的立場に立ち、対象のどのような性質へ着目し、それが結論にどのように依拠しているかについて見通しが得られている理解を「証明の説明的な理解」と規定した。

ところで、小松(2023)は一つの教材に依存する授業案に終始するのではなく、複数の教材に適用可能な設計指針として原理を提示することで、新たな授業案の構想や、既存の授業案を異なる対象に適用する際の調整点を見いだせるようにできると提案している。そこで本研究では、小松(2023)の考えに基づき、上記の目指すべき理解の規定を踏まえて、そのような理解を生じさせるための課題設計原理を提案することとした。この課題設計原理は、ビットマンの提唱する本質的学習場、ヴィゴツキーの発達の最近接領域の理論、および小松(2007)が示唆する「説明する証明」に関する考察を踏まえて構成した。

具体的には、まず数学的な性質(パターン)を内包させた求答問題を設定し、生徒が解決過程で規則性に気付くような場面を設定する。次に、その規則性が成り立つ理由について、対象の特徴的な性質に基づく証明の生成を促すが、この段階では、生徒が「どの性質が結論の成立を支えているか」を必ずしも自覚していないと考えられる。そこで、元の問題と類比的関係をもつ発展課題を設定し、元の証明を発展課題へ適用していく過程を照らし合わせることで、規則性の成立を支える性質が何であったのかに気付くよう促す。すなわち、本原理に基づいて設計される学習過程は、①規則性の帰納的推測、②その規則性の立証、③条件の異なる発展課題の提示、④条件を変更した発展課題に対して、元の証明の適用可能性を検討し、適用できる場合は成立原理を考察し、適用できない場合は条件や適用過程を修正する、という流れである。このような学習過程を通して、生徒が発見した規則性について、問題の何がその成立に寄与していたのかに気付くよう理解を深めさせ、そのような学習に面白さを感じるようになることを目指す。

なお、本課題設計原理は、背景となる理論的考察のみに基づき構想したものではなく、高校生を対象とした授業実践を通して改善・変更を重ねながら洗練してきた。すなわち、理論的検討に加えて、実践における生徒の反応や学習の実態を手掛かりとして検証を行い、原理の有効性を吟味してきた。具体的には、二次方程式の解と係数の関係、複素数平面、三角関数の合成の各単元において授業実践を行い、授業中の発言や記述、事後アンケートの分析を通して、本原理に基づく授業を構成した際に必要な手立てについて考察した。その結果、本課題設計原理の中でも、一度得られた証明を、他の発展課題へ適用する場面が最も肝要であると同時に、ここで生徒に困難性が生じることが明らかとなった。そこで、この困難性を軽減するための方策として、生徒の注意を元の課題と発展課題の類似点と相違点の双方に向けさせ、両者を照らし合わせながら適用可能性を検討させるよう促すことが重要である、という示唆が得られた。

本課題設計原理に基づく授業実践を行った結果、規則性が成り立つ理由についての理解を一定程度促し、そのような活動に面白さを見いだす生徒も確認された。一方で、生徒が形式的な証明を自力で生成できた段階で学習が完了したとみなし、その証明をどの性質に依拠して成り立つかをたどり直したり、他の状況へ適用したりすることに必ずしも価値を見出していない様子も観察された。今後は、本研究で提案した枠組みを手掛かりとして、より多様な単元・学習者を対象に実践を重ね、数学教育における「主体的・対話的で深い学び」の具体像をさらに検討していく必要がある。