

学 位 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

1. 申請者氏名	小山 剛史
2. 審査委員	主 査：（兵庫教育大学 教授）濱中 裕明 副主査：（岡山大学 教授）岡崎 正和 委 員：（上越教育大学 教授）中川 仁 委 員：（上越教育大学 教授）松本 健吾 委 員：（岡山大学 教授）中川 征樹
3. 論文題目	複素解析学の古典理論と複素関数の教材化の検討
4. 審査結果の要旨	教科教育実践学専攻自然系教育連合講座 小山剛史 から申請のあった学位論文について、兵庫教育大学学位規則第16条に基づき、下記のとおり審査を行った。 論文審査日時：令和3年1月31日（日） 10時00分～11時30分 zoomによるオンライン実施 1. 学位論文の構成と概要 本論文は、複素関数の古典理論に関する考察の第1部、および、そうした複素関数の知見を背景にそのエッセンスを高校数学へと取り入れようとする第2部からなっている。第1部では、複素解析学のいくつかの主要な結果に対して、初等的で古典的なアプローチにより、self-containedで簡明な証明を与える、また、議論の精緻化を図る等の考察を行っており、第2部では、複素関数に関する内容を高校数学に取り入れることの可能性・意義・方法について考察している。 第1部 複素解析学における古典的な結果に関する研究 第1部では、Blochの定理への古典的アプローチおよび、Bieberbach予想の証明に用いられるCarathéodoryの核収束定理の証明再考を中心に、複素解析学の古典理論に関して論じている。 第1章 複素解析学における基本的な定義、定理 この後用いる、複素解析学の基本的な事項について簡潔にまとめている。

第2章 Blochの定理とBloch定数の評価

Blochの定理とは、「中心での微分係数が正規化された単位円盤 D 上の正則な複素関数 f は、 f によらずに定まるある定数を半径とする円盤領域 E を像領域に含む」という、実数関数には見られない、複素正則関数のもつ不思議な現象のひとつである。その半径の上限はBloch定数とよばれ、いまだその正確な値は分かっていない。このBlochの定理に対して、小山氏はなるべく初等的で自己完結な証明を与え、初等的な手法としてはかなり良い定数の評価を与えている。

第3章 Bieberbach予想とCarathéodoryの核収束定理

Bieberbach予想は、単位円盤上で正則かつ単射な複素関数のマクローリン展開の係数を評価するもので、1980年代に肯定的に証明されたが、その証明に重要な役割を果たす定理としてCarathéodoryの核収束定理がある。本章では、その両者の定理の関係を論じている。

第4章 Carathéodoryの核収束定理とその証明

Carathéodoryの核収束定理は、単位円盤上の単葉関数の列 $\{f_n\}$ に対して、その像領域の列の性質と $\{f_n\}$ の広義一様収束性との関係を論じる結果であるが、従来、必要十分型の定理として定式化されていることが多かった。しかしながら、その定式化には不明瞭な部分があることを見出し、証明についてもより精緻化して論じているのが本章の内容である。

第5章 複素関数の特徴と実関数との違い

複素関数では実関数とは異なる理想的で豊穡な理論が展開される。その魅力を実関数との違いを明らかにしつつ論じ、複素関数を高等学校数学へ取り入れる第2部へとつなげている。

第2部 複素関数の高等学校数学科での教材化の検討

第1部で展開された真正の数学理論としての複素解析学を、もちろんそのまま高等学校数学科に取り入れることは難しいが、そのエッセンスをなるべく損なわずに、実現可能な形で高等学校数学科における教材化することを検討し、授業実践までを行っている。

第6章 高等学校数学科での複素数と複素関数の取り扱い

まずは現行の高校数学における複素関数の扱いを分析したうえで、そこにどんな課題・可能性があるかを検討し、本稿で提案する高等学校数学における複素関数の考え方を明確に規定している。

第7章 複素数平面上の重要な変換とその教材化

高等学校数学科で複素関数を扱うために、高等学校の数学の内容を関係の深い複素関数を見出し、その教材化を検討している。

第8章 代数学の基本定理とその教材化

高等学校数学科で複素関数の考え方を扱うことに、どのような意義があるかを検討し、その意義を生徒に実感させるための教材として、代数学の基本定理の位相幾何学的証明を、複素関数の考え方をういて教材化・授業実践化し、実践結果を分析している。

第9章 得られた成果と今後の課題

本稿で得られた成果をまとめ、今後の展望と課題を述べている。

2. 審査経過

(1) 論文の独創性

第1部の結果は査読付き国際的学術研究雑誌への2本の投稿論文を中心に、学位論文としてまとめたものであり、外部的にもそのオリジナリティは認められている。さらに、第2部の内容は、複素解析学という純粋数学を研究した者が、その数学のエッセンスを実現可能な形で高等学校数学への授業実践に取り入れようとするきわめて挑戦的な研究であり、教科専門と教科教育を架橋しようとする独創性の高い研究である。

(2) 学校教育の実践への貢献

上でも述べたように特に第2部の内容は、数学者としての知見や背景をもとにしながら、高等学校での授業実践者でもある小山氏が、教科専門・教科教育の両面の視点から、教材研究を行っており、直接的に学校教育での授業実践に関するものである。さらに、小山氏自身が授業実践を行い、その分析までを行っていることから、きわめて実践性の高い研究で、学校教育の実践への貢献は明白である。

3. 審査結果

以上により、本審査委員会は、小山剛史の提出した学位論文が博士（学校教育学）の学位を授与するにふさわしい内容であると判断し、全員一致で合格と判定した。